SEMANA 3 y 4, SEGUNDO TRIMESTRE

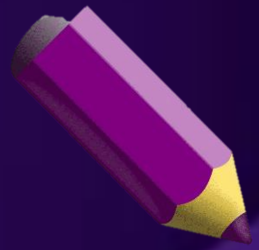
LIDERAZGO (PROFESORA)

ASIGNATURA: MATEMÁTICAS III

GRADO: 3°

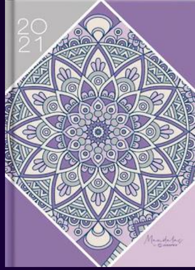
GRUPO: “A”

PROFESORA: GLORIA GABRIELA GARCÍA RODRÍGUEZ



SEMANA 3 y 4 (Del 7 al 18 de Diciembre 2020)
APRENDIZAJE ESPERADO: Resuelve problemas que implican el uso del Teorema de Pitágoras
ÉNFASIS: Analizar las características del triángulo rectángulo. Resolver problemas que impliquen el uso del triángulo rectángulo. Analizar las relaciones entre las áreas de los cuadrados que se construyen sobre los lados de un triángulo rectángulo. Enunciar el Teorema de Pitágoras. Justificar el Teorema de Pitágoras. Explicitar el teorema de Pitágoras. Resolver problemas reales que impliquen el uso del teorema de Pitágoras.

AGENDA

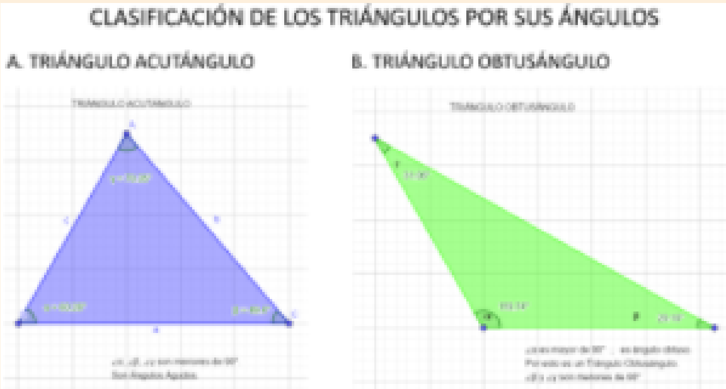


- CLASIFICACIÓN DE LOS TRIÁNGULOS RESPECTO A SUS ÁNGULOS
- TRIÁNGULO RECTÁNGULO
- ELEMENTOS DE UN TRIÁNGULO RECTÁNGULO
- TEOREMA DE EUCLIDES
- TEOREMA DE PITÁGORAS
- EXPLICITACIÓN DEL TEOREMA DE PITÁGORAS
- EJEMPLOS DEL TEOREMA DE PITÁGORAS
- PROBLEMAS DEL TEOREMA DE PITÁGORAS

CLASIFICACIÓN DE LOS TRIÁNGULOS RESPECTO A SUS ÁNGULOS

En sus cursos anteriores de matemáticas, estudiaste la clasificación de los triángulos con respecto a sus lados y también, con respecto a sus ángulos.

Recuerda cómo se clasifican los triángulos respecto a sus ángulos.



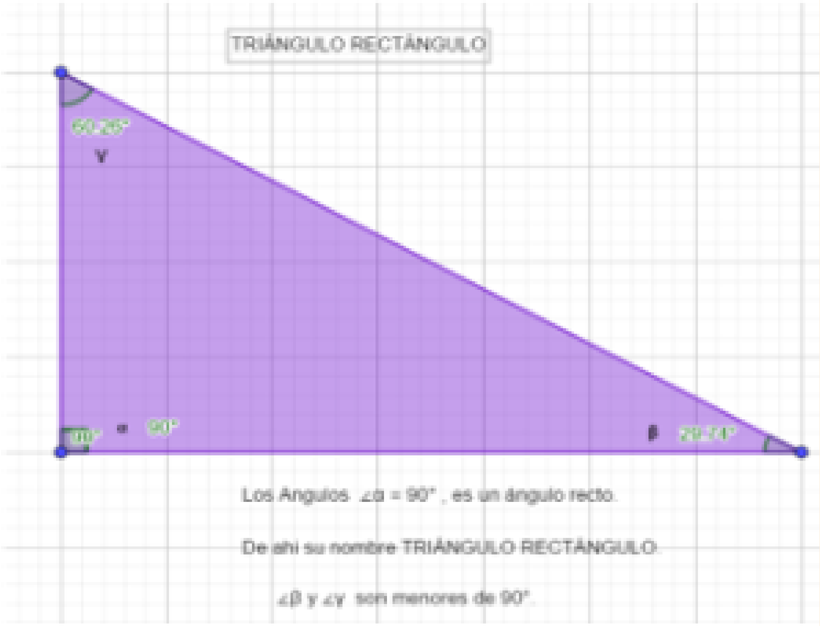
Triángulos acutángulos: son triángulos que tienen los tres ángulos agudos, es decir que miden menos de 90º.

El triángulo que observas en azul tiene sus tres ángulos agudos. Los ángulos alpha(α), beta(β) y gamma(γ), son menores de 90° o sea, son agudos.

Se denomina triángulo obtusángulo, al triángulo que tiene un ángulo mayor de 90 grados, es decir obtuso y está representado en color verde.

TRIÁNGULO RECTÁNGULO

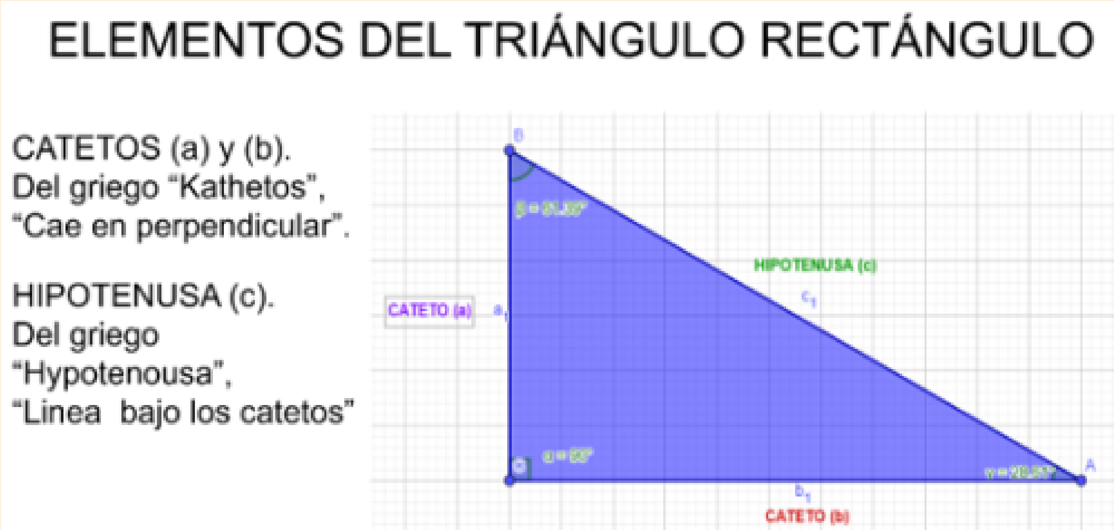
C. TRIANGULO RECTÁNGULO



El tercer ejemplo es un triángulo en el que observas un ángulo, el alpha(α), igual a 90°, es decir se trata de un ángulo recto.

De ahí el nombre de este triángulo, es decir, triángulo rectángulo y es la figura geométrica que estudiarás.

ELEMENTOS DE UN TRIÁNGULO RECTÁNGULO

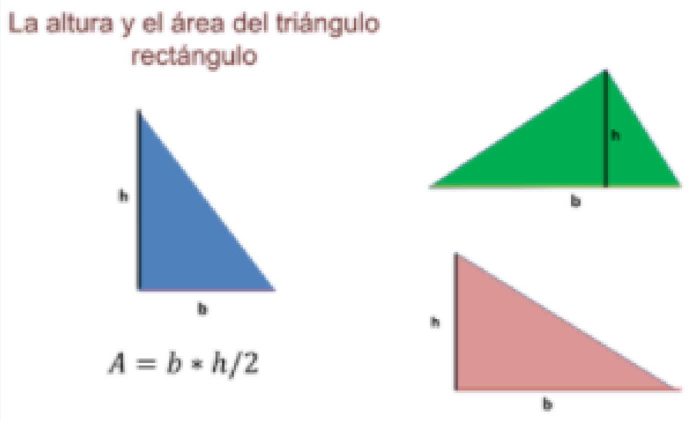


Los lados a y b que se denominan "Catetos", cuyo término proviene del griego "Kathetos", que significa "que cae en perpendicular".

El lado c, denominado Hipotenusa, proviene del griego "Hypotenousa", formada por el prefijo hypo, debajo de; del verbo teino, tuirar; y del ousa, participio femenino. Se puede traducir como 'firmemente sujeta' o 'firmemente tensada'.

Los primeros geómetras griegos eran, como su nombre lo indica, medidores de la tierra y para trazar se ayudaban de estacas y cuerdas. Entonces, para trazar un triángulo rectángulo, tensaban fuertemente una cuerda entre las estacas que formaban los catetos, es decir, entre los vértices.

El triángulo rectángulo tiene un ángulo recto, formado por los catetos y dos ángulos agudos bajo la hipotenusa.



El área del triángulo se calcula con la expresión:

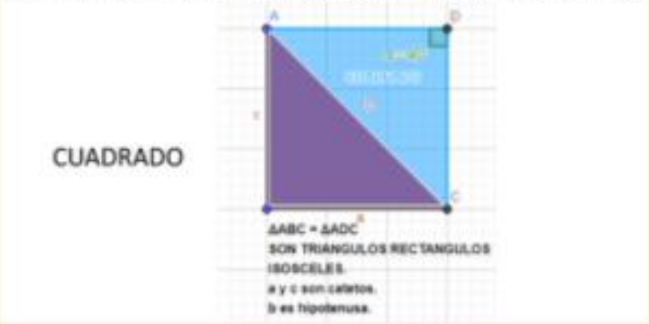
A= (bh)/2

Donde b es la base o lado horizontal h es la medida de la altura que va del vértice al segmento opuesto, y por definición, es perpendicular a b.

En el triángulo rectángulo, la altura depende de la posición que tiene (3 posiciones) y para las tres, el área se calcula de la misma forma.

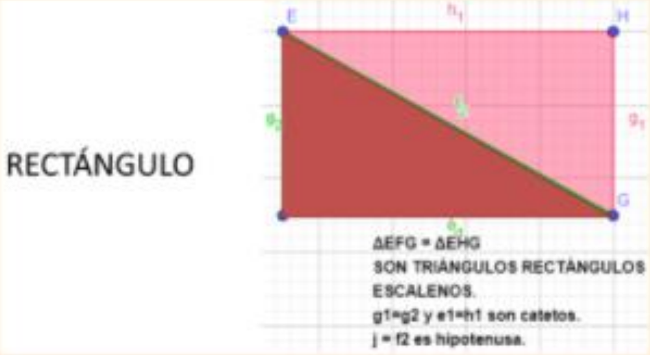
Los triángulos rectángulos pueden ser elementos que generen otras figuras geométricas o que representen algún estudio dentro de ellas.

UN TRIÁNGULO RECTÁNGULO SE ENCUENTRA EN…



Son triángulos rectángulos congruentes.

Cuando trazas una diagonal a un rectángulo, obtienes dos triángulos rectángulos escalenos, que también si se dan cuenta son triángulos rectángulos congruentes.



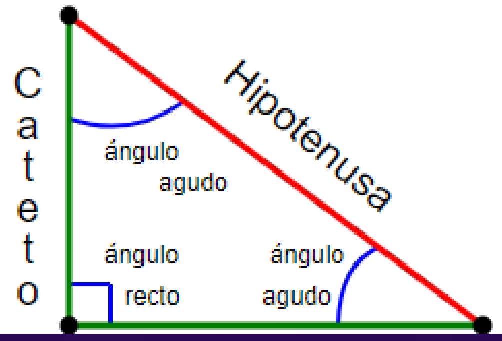
En un triángulo rectángulo se tienen 4 elementos que hacen referencia a sus lados y ángulos.

Lados:

- **Catetos**: En un triángulo rectángulo se tienen dos lados conocidos como catetos, los lados catetos son aquellos que forman un ángulo recto en el triángulo rectángulo. Dependiendo de la circunstancia se tiene un cateto opuesto y un cateto adyacente.
- **Hipotenusa**: Corresponde al lado de mayor medida y es el lado opuesto al ángulo recto.

Ángulos:

- **Ángulo recto**: Ángulo con una medida de 90° que forma los catetos.
- **Ángulos agudos**: Ángulos con una medida menor a 90°, la suma de los dos ángulos agudos es igual a 90°.



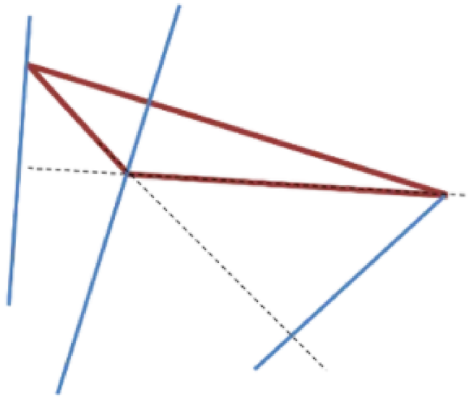
TEOREMA DE EUCLIDES

Teorema de Euclides

En todo triangulo rectángulo, cuando se traza la altura que corresponde al vértice del ángulo recto con respecto a la hipotenusa, se forman dos triángulos rectángulos.

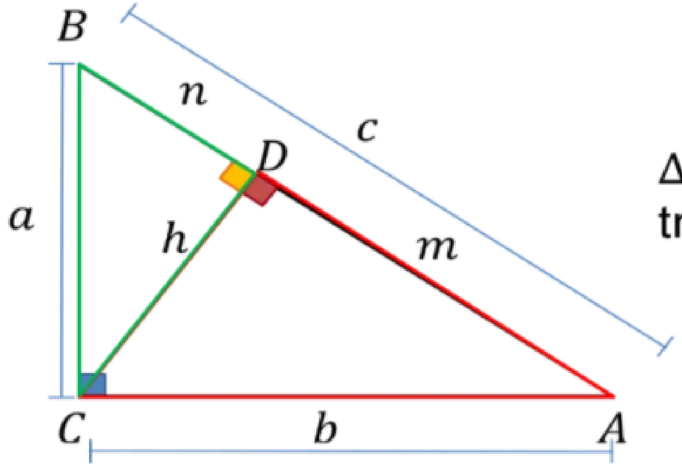
Alturas en un triángulo

Son las rectas que pasan por uno de sus vértices y son perpendiculares al lado opuesto de dicho vértice, o a su prolongación



Un triángulo tiene tres alturas. La que interesa es la que se forma con el vértice en donde se encuentra el ángulo recto y corta perpendicularmente al lado opuesto al ángulo recto.

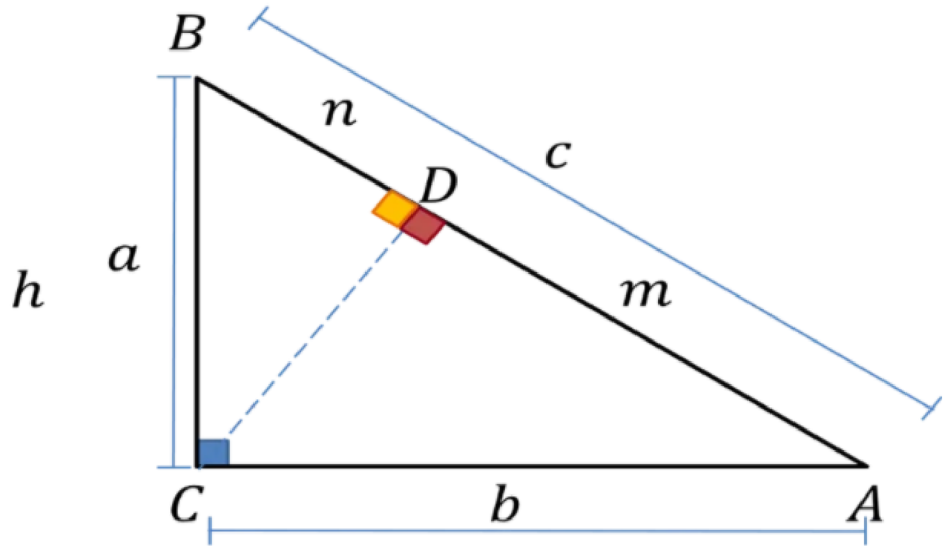
ΔABC es triángulo rectángulo



ΔBCD y ΔACD son triángulos rectángulos

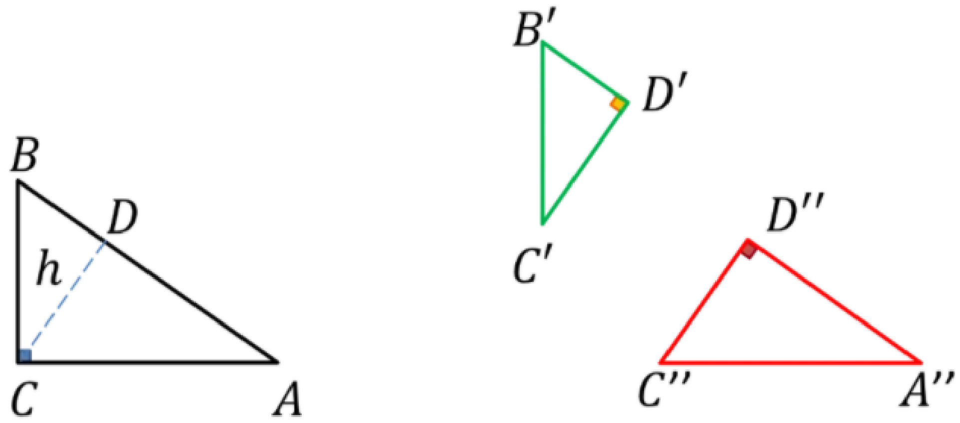
En todo triangulo rectángulo, cuando se traza la altura que corresponde al vértice del ángulo recto con respecto a la hipotenusa, se forman dos triángulos rectángulos.

ΔABC es triángulo rectángulo



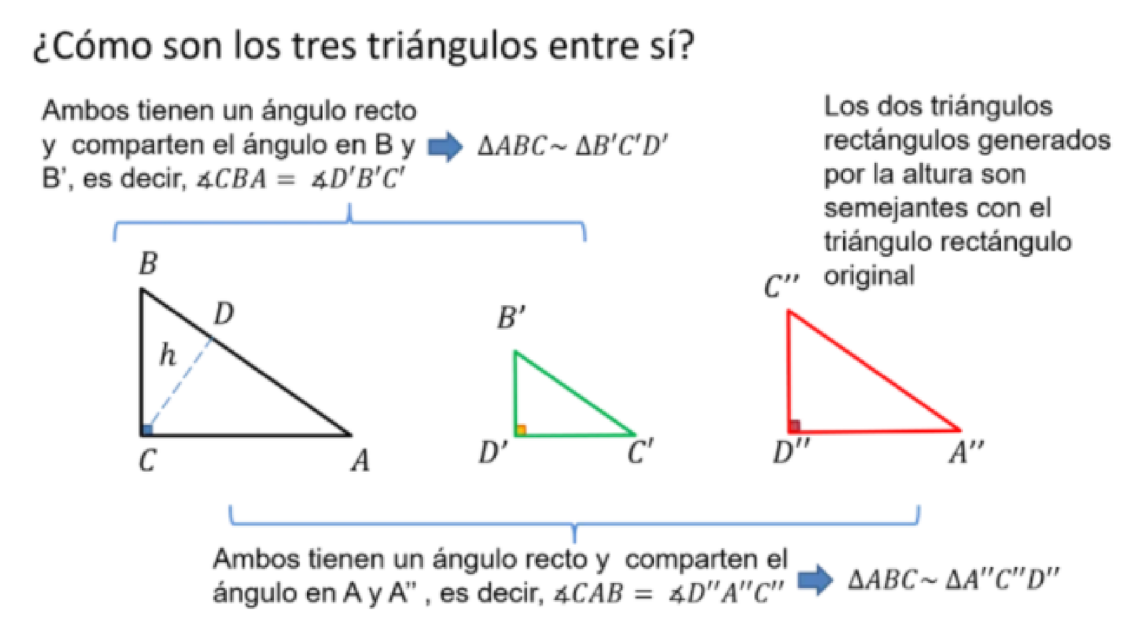
Primero, por definición de la altura. Lo trazas de tal manera que es una recta perpendicular al lado opuesto del ángulo recto y cruza el vértice del ángulo recto.

¿Cómo son los tres triángulos entre sí?



Estos triángulos serán semejantes entre sí y también serán semejantes con el triángulo original. ¿Cómo lo sabes?

Ocuparás el criterio de semejanza que dice: Dos triángulos son semejantes si tienen dos ángulos respectivamente iguales. Ponlo en práctica:



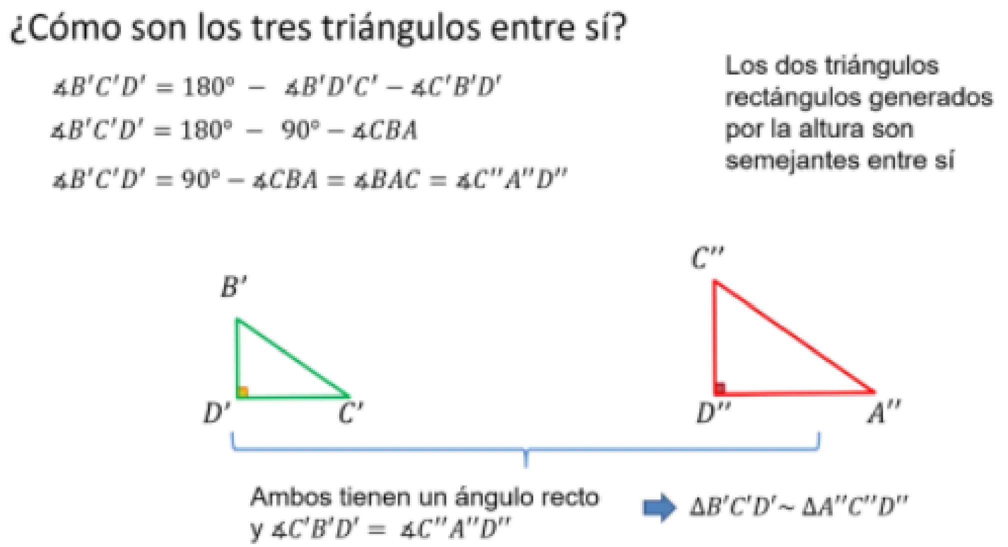
El triángulo ABC y el triángulo B'C'D' tienen ambos un ángulo recto y comparten el ángulo correspondiente en los vértices B y B'.

Por lo tanto, por el criterio de semejanza mencionado arriba, ambos triángulos son semejantes.

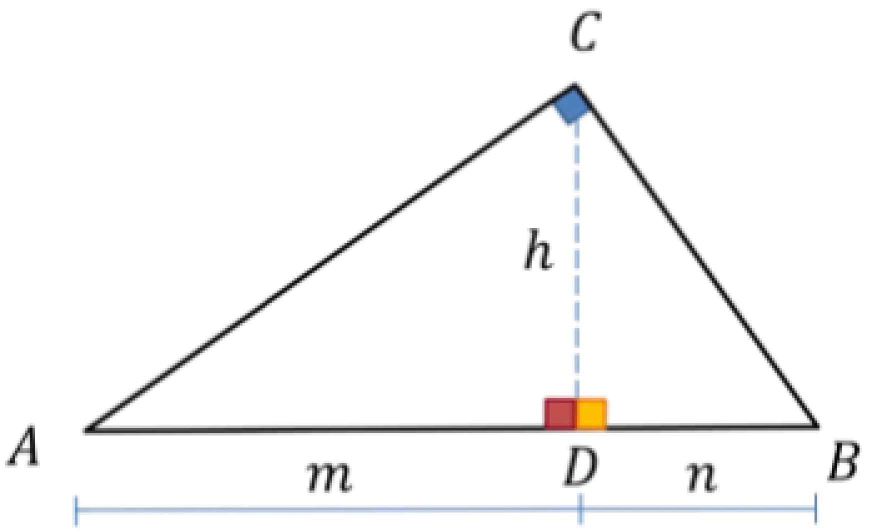
El triángulo ABC y el triángulo A''C''D'' tienen ambos un ángulo recto y comparten el ángulo correspondiente en los vértices A y A''.

Por lo tanto, ambos triángulos son semejantes y esto hace que los dos triángulos rectángulos generados por la altura sean semejantes con el triángulo rectángulo original.

¿Qué hay de los triángulos generados por la altura?



Teorema de la altura



$$\frac{\overline{AD}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{CD}}{\overline{DB}}$$

$$\frac{h}{n} = \frac{m}{h}$$

$$h^2 = mn$$

$$h = \sqrt{mn}$$

Ya estableciste que los triángulos generados por la altura son semejantes entre sí. Ocupa este resultado.

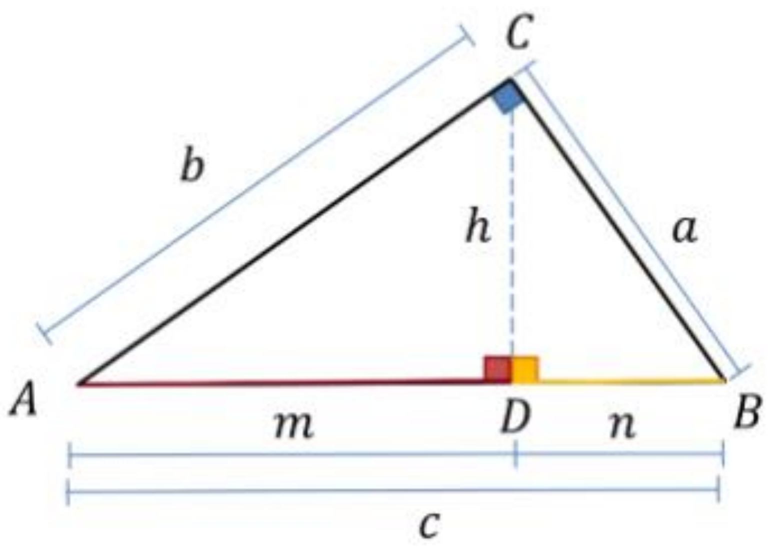
Los triángulos ADC y BCD son semejantes y esto significa que sus lados correspondientes son proporcionales.

Entonces el segmento AD entre el segmento CD es igual al segmento CD entre el segmento BD, sustituye:

La altura entre el segmento n es igual al segmento m entre la altura. La altura al cuadrado es igual a m por n. Despejando la altura es igual a la raíz cuadrada de m por n.

Este teorema tiene una amplia aplicación. En la Antigüedad fue usado para calcular alturas o distancias. Actualmente sigue siendo usado en ingeniería, física, entre otras áreas.

Teorema de los catetos



$$\frac{\overline{AB}}{\overline{CB}} = \frac{\overline{CB}}{\overline{DB}}$$

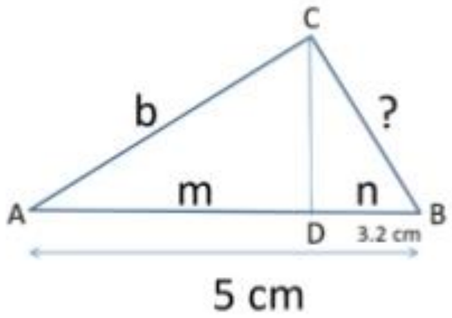
$$\frac{c}{a} = \frac{a}{n}$$

$$a^2 = cn$$

$$a = \sqrt{cn}$$

Ahora es momento de aplicar estos resultados. Resuelve varias situaciones.

Problema 1



$a^2 = c\ n$

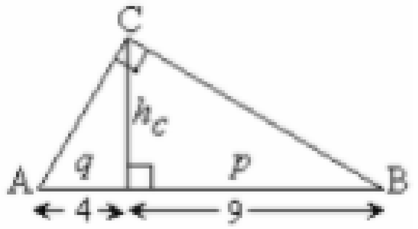
$a^2 = 5(3.2)$

$a^2 = 16$

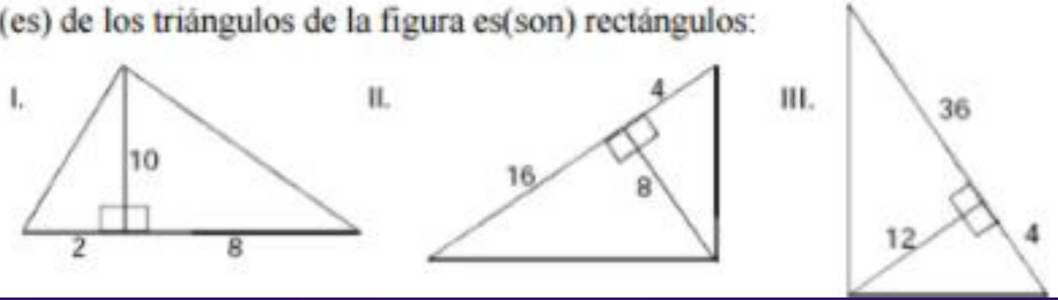
$a = \sqrt{16}$

EJERCICIO 1

3. Con los datos que aparecen en el triángulo. ¿Cuál es la medida de h_c?
   A) 36 [cm]
   B) 9 [cm]
   C) 6 [cm]
   D) 3 [cm]
   E) 2 [cm]

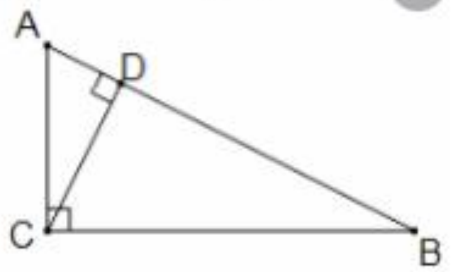


4. Determina cuál(es) de los triángulos de la figura es(son) rectángulos:
   A) Solo I.
   B) I y II.
   C) II y III
   D) I y III
   E) Todas.



En el triángulo ABC rectángulo en C, $BD = 15$ [cm] y AB = 20 [cm]. Entonces, la medida de BC es:

A) $10\sqrt{3}$ [cm]
B) 10 [cm]
C) 35 [cm]
D) 400 [cm]
E) Ninguna de las anteriores.



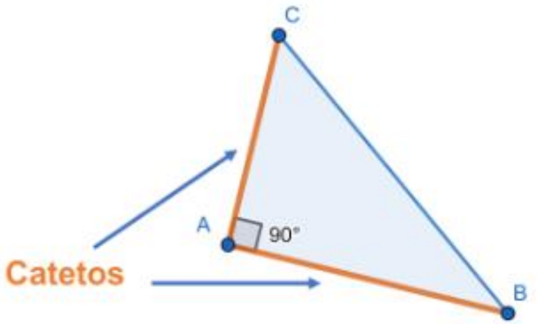
TEOREMA DE PITÁGORAS

El Teorema de Pitágoras

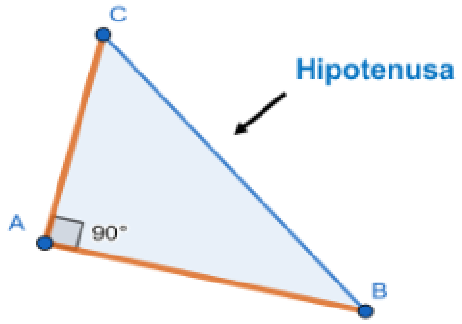
En todo triángulo rectángulo, la suma de los cuadrados de los catetos es igual al cuadrado de la hipotenusa.

El teorema de Pitágoras se refiere a la relación que existe entre las medidas de los lados de cualquier triángulo rectángulo.

Recordemos que:
Los catetos son los lados del triángulo que forman el ángulo recto (90°).



A los lados que forman el ángulo recto les llamamos catetos. Se les denota con las letras a y b.
El lado más grande del triángulo rectángulo, el que se opone al ángulo recto, es la hipotenusa. Se identifica con la letra c.

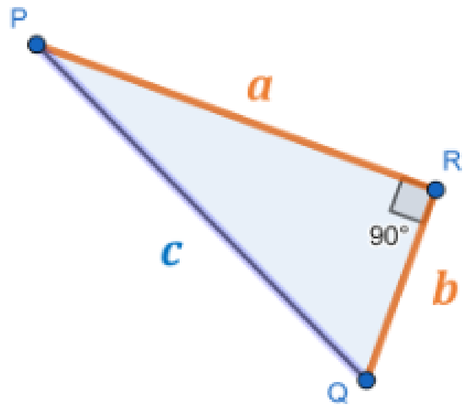


Mientras que la Hipotenusa es siempre el lado mayor del triángulo rectángulo, el que se opone al ángulo recto.

La expresión algebraica del Teorema de Pitágoras es:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Donde:
$\boldsymbol{a}$ y $\boldsymbol{b}$ son, indistintamente, las medidas de los catetos del triángulo rectángulo.
Y $\boldsymbol{c}$ es la medida de la hipotenusa.



Teorema de Pitágoras

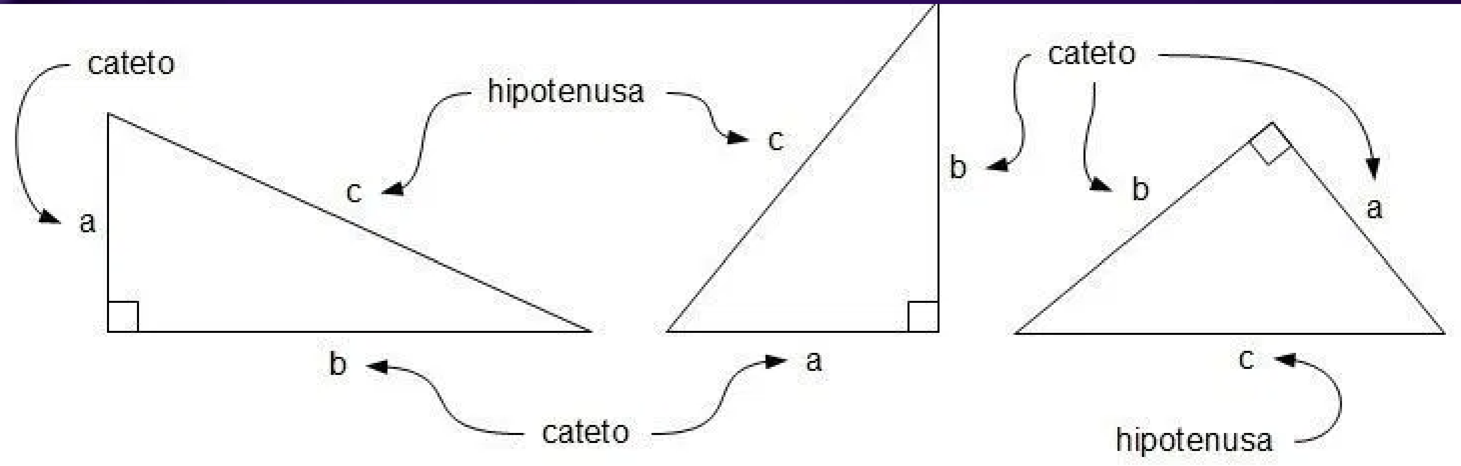
El **Teorema de Pitágoras** es un teorema que nos permite **relacionar los tres lados de un triángulo rectángulo**, por lo que es de enorme utilidad cuando conocemos dos de ellos y queremos saber el valor del tercero.

También nos sirve para **comprobar**, conocidos los tres lados de un triángulo, **si un triángulo es rectángulo**, ya que si lo es sus lados deben cumplirlo.

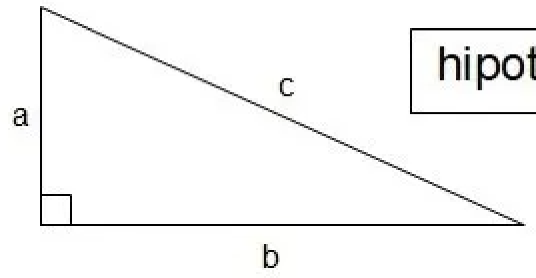
Como ya sabréis, un triángulo rectángulo es aquél en el que uno de sus tres ángulos mide 90 grados, es decir, es un ángulo recto. Está claro que si uno de los ángulos es recto, ninguno de los otros dos puede serlo, pues deben sumar entre los tres 180 grados.

En los triángulos rectángulos se distinguen unos lados de otros. Así, al lado mayor de los tres y opuesto al ángulo de 90 grados se le llama **hipotenusa**, y a los otros dos lados **catetos**.

EXPLICITACIÓN DEL TEOREMA DE PITÁGORAS



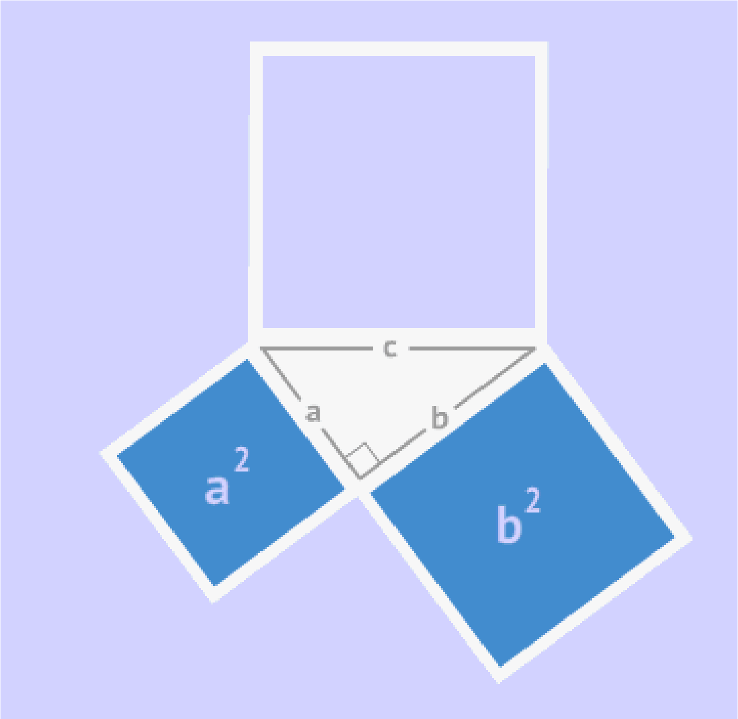
Pues bien, el **Teorema de Pitágoras** dice que: "**En todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos**".



$$\boxed{\text{hipotenusa}^2 = \text{cateto}_1^{\,2} + \text{cateto}_2^{\,2}}$$

$$\boxed{c^2 = a^2 + b^2}$$

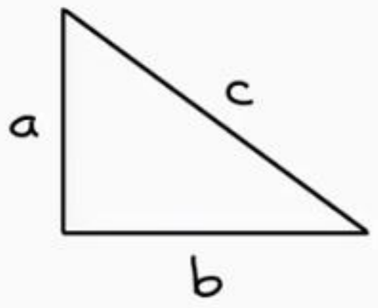
Si lo expresamos **de forma geométrica**, el Teorema de Pitágoras quiere decir que el **área de un cuadrado de lado la hipotenusa es igual a la suma de las áreas de otros dos cuadrados cuyos lados son cada uno de los catetos respectivamente**.



EJEMPLOS DEL TEOREMA DE PITÁGORAS

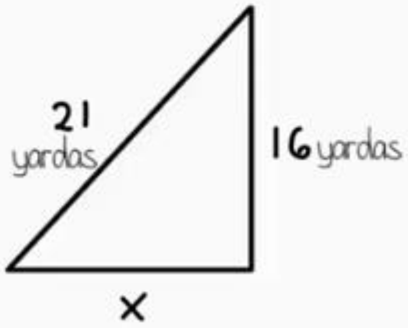
Ejercicio de Teorema de Pitágoras

$c = ?$ $\quad a = 7\ m$ $\quad b = 10\ m$



$$c^2 = a^2 + b^2$$
$$c^2 = 7^2 + 10^2$$
$$c^2 = 49 + 100$$
$$c^2 = 149$$
$$c = \sqrt{149}$$
$$c = \boxed{12.20\ m}$$

Ejercicio de Teorema de Pitágoras

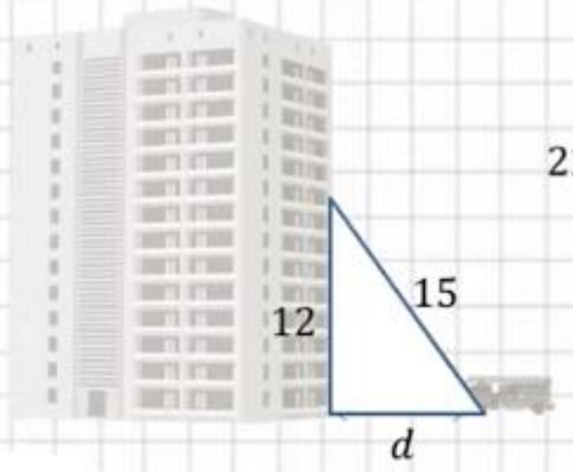


$$c^2 = a^2 + b^2$$
$$21^2 = 16^2 + x^2$$
$$21^2 - 16^2 = x^2$$
$$441 - 256 = x^2$$
$$185 = x^2$$
$$\sqrt{185} = x$$
$$\boxed{13.60 \text{ yardas}} = x$$

PROBLEMAS DEL TEOREMA DE PITÁGORAS

TEOREMA DE PITÁGORAS - EJERCICIOS

Los bomberos tratan de acceder a un piso de este edificio, que está situado a 12m de altura. Si la escalera puede llegar a medir 15m, ¿a qué distancia se colocará el camión?



$$15^2 = 12^2 + d^2$$

$$225 = 144 + d^2$$

$$225 - 144 = d^2$$

$$81 = d^2$$

$$9 = d$$

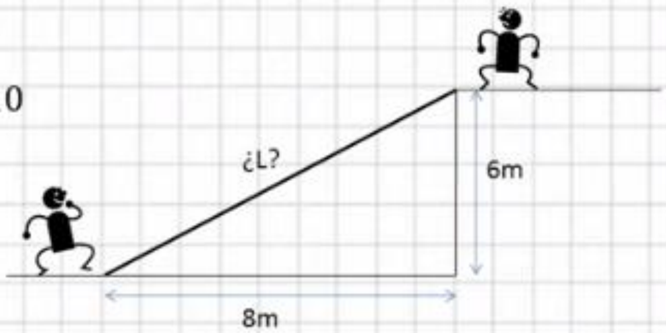
TEOREMA DE PITÁGORAS - EJERCICIOS

Para superar el enorme escalón que los separa, dos amigos desean instalar una tabla que haga de rampa. ¿Cuánto debe medir la tabla?

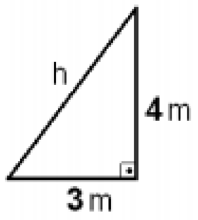
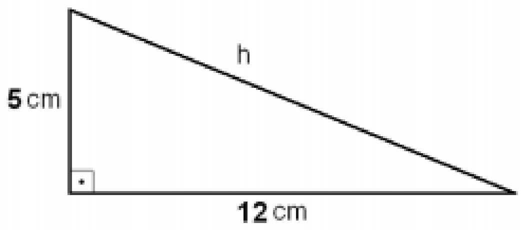
$$L^2 = 8^2 + 6^2$$

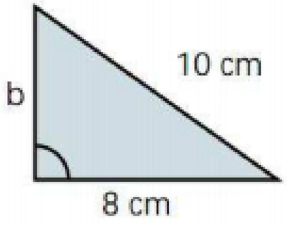
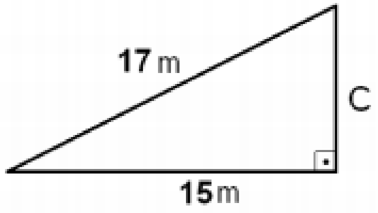
$$L^2 = 64 + 36$$

$$L^2 = 100 \qquad L = 10$$



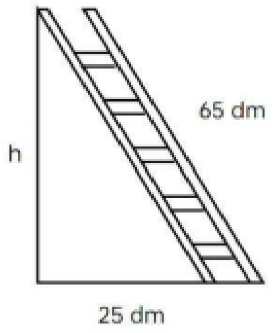
EJERCICIO 2

Halla la medida, en metros, de la hipotenusa de un triángulo rectángulo, cuyos catetos miden 3 y 4 metros. 	Halla la medida, en centímetros, de la hipotenusa de un triángulo rectángulo, cuyos catetos miden 5 y 12 centímetros. 

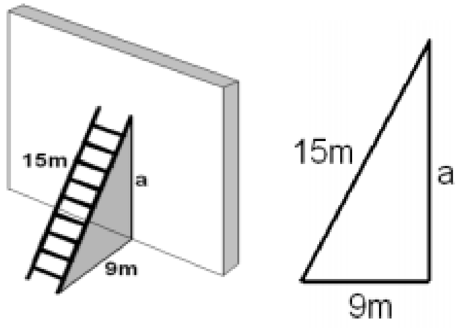
Halla la medida, en centímetros, del cateto desconocido de un triángulo rectángulo, cuya hipotenusa mide 10 cm y el cateto conocido mide 8 cm. 	Halla la medida, en metros, del cateto desconocido de un triángulo rectángulo, cuya hipotenusa mide 17 metros y el cateto conocido mide 15 metros. 

EJERCICIO 3

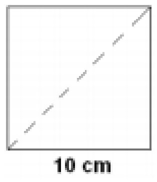
Una escalera de 65 decímetros se apoya en una pared vertical de modo que el pie de la escalera está a 25 decímetros de la pared. ¿Qué altura, en decímetros alcanza la escalera?



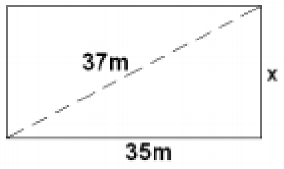
Una escalera de 15 metros se apoya en una pared vertical, de modo que el pie de la escalera se encuentra a 9 metros de esa pared. Calcula la altura, en metros, que alcanza la escalera sobre la pared.



Halla la medida en centímetros, de la diagonal de un cuadrado cuyo lado mide 10 cm.



Halla la medida, en centímetros, de la altura de un rectángulo, cuya base mide 35 cm y su diagonal 37 cm:



EVALUACIÓN DE LAS ACTIVIDADES DE LA SEMANA 2

ASPECTO	PUNTAJE
Ejercicio 1	4 Puntos
Ejercicio 2	4 Puntos
Ejercicio 3	2 Puntos

Fecha límite de entrega: Viernes 18 de Diciembre del 2020 antes de las 15:00 horas.

- Enviar la actividad utilizando Classroom o por excepción al correo gloria.garciar@aefcm.gob.mx desde el correo institucional del alumno.
- Si la actividad se realizó en el cuaderno favor de escanear el documento o tomar una fotografía de calidad y con el nombre del alumno en la parte superior de la hoja. En caso de realizar la actividad en archivo Word, anexar el documento al correo.
- En el asunto del correo escribir el nombre completo del alumno comenzando por apellido paterno acompañado del grado y grupo.