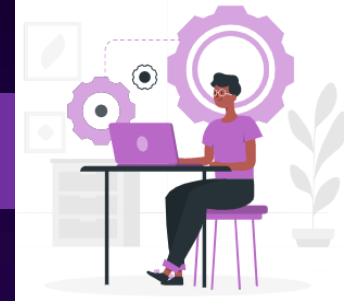




ASIGNATURA: MATEMÁTICAS II

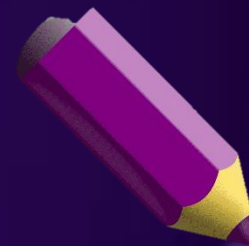
GRADO: 3°

GRUPOS: A

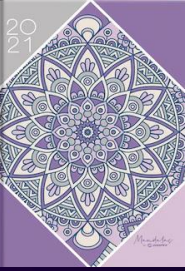
PROFESORA: GLORIA GABRIELA GARCÍA RODRÍGUEZ

SEMANA 11 (Del 22 al 26 de Febrero 2021)

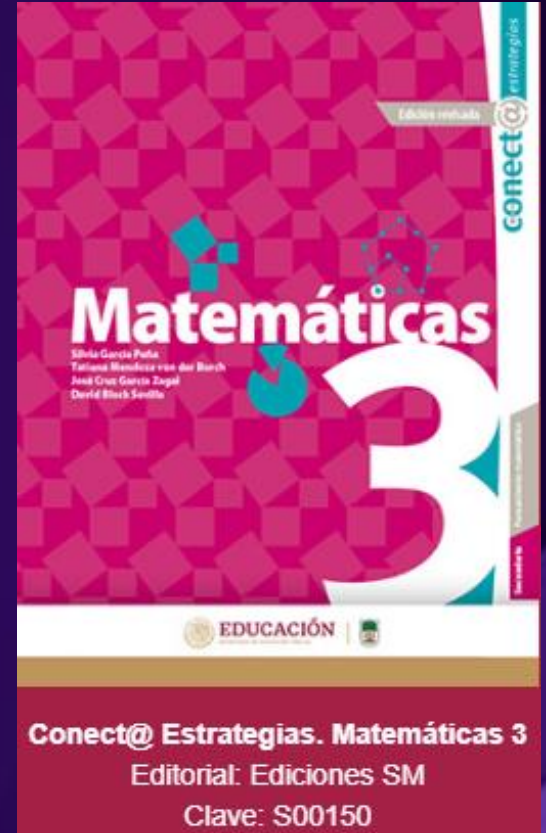
ACTIVIDADES DEL LIBRO



AGENDA (LIBRO)



INSTRUCCIONES: Realiza las siguientes páginas de tu libro de texto gratuito (utilizar lápiz), los procedimientos puedes realizarlos en tu cuaderno y/o hojas blancas o archivo de Word (son mandatorios). **Las páginas a resolver son: 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34 Y 35 .**



¿Son Iguales?

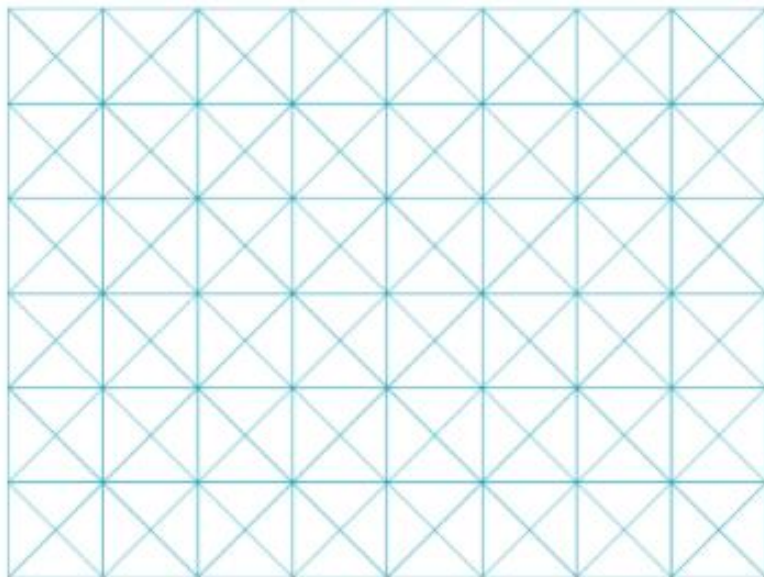
CONTENIDO
Construye o figuras
congruentes o semejantes
triángulos, cuadrados y
rectángulos y analiza sus
propiedades.

Ya sabemos...

En geometría, las figu-
ras iguales también se
llaman congruentes.
Dos figuras son con-
gruentes si al poner
una encima de la otra,
coinciden.

1. Efectúa la siguiente actividad.

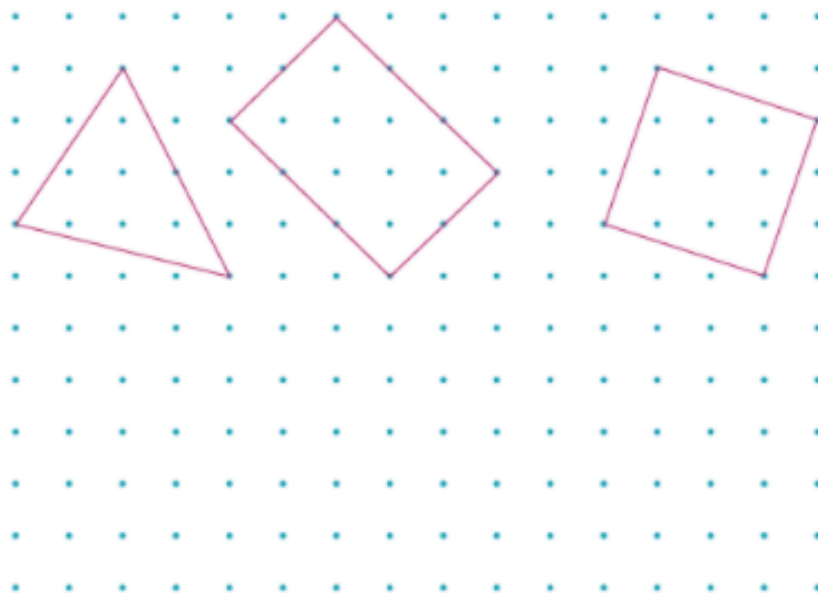
- Traza, en la retícula de abajo, dos parejas de polígonos congruentes. Debes marcar los lados de los polígonos sobre las líneas de la retícula.
- Después reúnete en equipo con cuatro o cinco de tus compañeros. Muestrales tus dos parejas de figuras para que, entre todos, evalúen si son o no congruentes.
- Cada pareja de figuras congruentes valdrá 60 puntos, pero si otro alumno del equipo presenta el mismo tipo de figuras, los puntos se dividirán entre dos (30 puntos para cada alumno); si tres alumnos presentan el mismo tipo de figuras, los puntos se dividirán entre tres (20 puntos para cada uno); y así sucesivamente.
- Si alguien del equipo afirma que dos figuras no son congruentes y el autor de estas no logra probar que sí lo son, esa pareja de figuras no valdrá ningún punto.
- Al final, gana quien obtenga más puntos.



- Expliquen, en grupo y con ayuda de su profesor, cómo hicieron para verificar si dos figuras eran congruentes. Propongan un método para saber si dos polígonos son congruentes sin superponer las figuras y, de este modo, comprobar si coinciden. Es decir, digan qué características deben tener dos polígonos para ser congruentes. Anoten las conclusiones a las que lleguen.

Dos polígonos son congruentes cuando _____

2. Traza, para cada figura de la retícula, otra figura congruente, pero dibújalas con una orientación diferente a la del ejemplo.

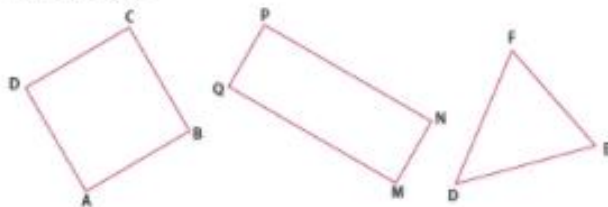


- Compara tus respuestas con las de tus compañeros; si no están de acuerdo en que dos figuras sean congruentes o no, encuentren alguna manera de probarlo. Luego redacten, entre todos, un procedimiento para trazar una figura congruente con otra, pero que tenga distinta orientación.

El menor número de preguntas

Contenido Construye figuras congruentes o semejantes (triángulos, cuadrados y rectángulos) y analiza sus propiedades

- Organízate en equipos de tres o cuatro integrantes para jugar reproduce la figura.
 - Cada equipo necesitará un juego de geometría, una hoja blanca para trazar su figura, y media hoja para escribir preguntas al profesor.
 - Su profesor tendrá un cuadrilátero irregular $ABCD$ que nadie podrá ver, sino hasta el final.
 - Cada equipo, por medio de las preguntas que escriba, solicitará al profesor la información que necesite para trazar un cuadrilátero congruente con el que él oculta. Solamente pueden hacer preguntas que se contesten con una medida, por ejemplo, 15 cm; o con sí o no.
 - El profesor devolverá a cada equipo su hoja, con las respuestas a sus preguntas.
 - Los equipos trazarán el cuadrilátero con la información recibida.
 - Cuando todos hayan trazado su cuadrilátero, cada equipo superpondrá el suyo sobre el del profesor para ver si coinciden.
 - Los equipos cuyos cuadriláteros coincidan tendrán un punto, y aquellos que lo hayan logrado con el menor número de preguntas ganarán un punto extra.
- Analicen, entre todos, las preguntas de los diferentes equipos. Respondan en su cuaderno lo siguiente.
 - ¿En qué fallaron las preguntas de quienes no lograron trazar un cuadrilátero congruente? ¿Les faltó información? ¿Cuál?
 - ¿Algunas de las preguntas de quienes sí lograron reproducir la figura fueron innecesarias? Es decir, ¿se podrían eliminar sin afectar el resultado?
- Traza, en tu cuaderno y con ayuda de tu juego de geometría, una figura congruente con cada una de las siguientes. Puedes dibujarlas en una posición diferente. Rotula cada vértice haciendo una correspondencia con las letras abajo señaladas; por ejemplo, A' , B' , C' , D' , etcétera.



- Traza nuevamente las tres figuras anteriores, pero usa únicamente tu regla no graduada y el compás.

- Señala, con ayuda de la regla no graduada y el compás, dónde debe ubicarse el punto A' para que los triángulos $A'B'C'$ y ABC sean congruentes.



- Comenta, con el grupo y con ayuda del profesor, cómo trazaste las figuras de la actividad 3 usando solamente regla no graduada y compás. Comenten también cómo ubicaron el punto A' de la actividad 4. Anoten en su cuaderno sus conclusiones.
- Efectúa, en equipos, la siguiente actividad.
Cada integrante del equipo trazará en su cuaderno los polígonos que se indican en la tabla. Antes de hacerlo acuerden, para cada caso, si todos los equipos deberán trazar figuras congruentes o si algunas pueden ser diferentes. Anoten en la tabla su resolución.

Polígono que debe trazarse	¿Será congruente con el de los demás equipos?
Un cuadrado con un lado de 3 cm	
Un cuadrado cuya diagonal mida 6 cm	
Un rectángulo con un lado de 4 cm	
Un rectángulo cuyo largo mida el doble que el ancho	
Un rectángulo cuyos lados midan 3 cm y 7 cm	
Un triángulo con dos ángulos de 70° , cuyo lado corto mida 3 cm	
Un triángulo cuyos ángulos midan 90° , 60° y 30°	
Un triángulo cuyos lados midan 3 cm, 5 cm y 7 cm	

- Compara tus respuestas con las de tus compañeros. Comenten en grupo lo siguiente.

¿Qué datos se necesitan para trazar un triángulo congruente con otro?

¿Y en el caso de un rectángulo?

¿Y para un cuadrado?

CONCEPTO
Construye figuras congruentes o semejantes (triángulos, cuadrados y rectángulos) y anota sus propiedades.

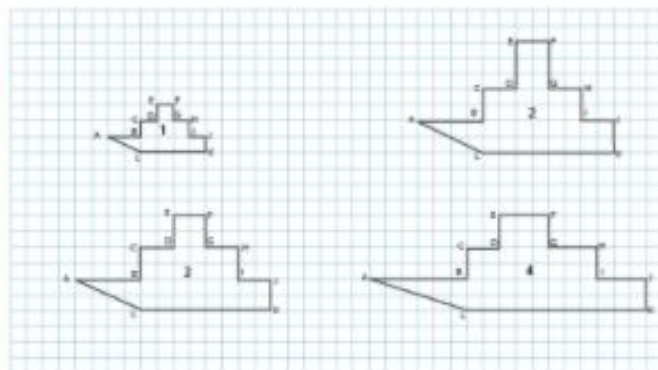
Ya sabemos...

Decir que las medidas de los lados son proporcionales significa que...

- si en una figura un lado a es igual a un lado b , en la otra figura ocurre lo mismo;
- si en una figura un lado a es dos, tres o x veces mayor que el lado b , en la otra figura, el lado correspondiente a a será ese mismo número de veces mayor que el correspondiente a b .

También significa que existe un número, siempre el mismo, que multiplicado por la medida de los lados de una de las figuras, arroja las medidas de los lados de la otra. Ese número se llama constante de proporcionalidad, factor de escala o razón de semejanza.

1. Anota una $\checkmark$ al lado de los barcos que son semejantes al 1 y un $\times$ al lado de los que no.



2. Contesta las preguntas.

- En el barco 1, EFGD es un cuadrado. ¿En qué barcos no sucede esto?
- ¿En qué barcos el ángulo A no es igual al del barco 1?
- De acuerdo con lo anterior, ¿qué figuras no son semejantes a la 1?
- De acuerdo con lo anterior, ¿qué características tienen los ángulos y los lados de dos figuras semejantes? Anota tu conclusión.

- Compara, en grupo, la manera en que cada quien describió las figuras semejantes. Después lean y comenten la siguiente información.



Cuando dos figuras son semejantes, los ángulos de una son iguales a los de la otra, y los lados de una son proporcionales a los lados de la otra.

- ¿Cuál es el único barco semejante al 1? ¿Qué factor de escala debe multiplicarse por las medidas del barco 1 para obtener las del barco semejante?

3. Lleva a cabo lo siguiente.

- Traza en tu cuaderno un rectángulo A, en el que el largo sea el triple del ancho.
- Un rectángulo B está a escala 2 a 1 respecto al rectángulo A, es decir, sus lados tienen el doble de tamaño. Subraya, sin trazar dicho rectángulo, la oración correcta.

En el rectángulo B...

- el largo es seis veces el ancho.
- el largo es tres veces el ancho.
- el largo es dos veces el ancho.

- Traza el rectángulo B y verifica tu respuesta.

- Traza en tu cuaderno un rectángulo C semejante al rectángulo A, pero con un factor de escala 4 a 1. ¿Qué relación tienen el largo y el ancho del rectángulo C?

- ¿Son semejantes C y B? Argumenta tu respuesta en tu cuaderno.

4. Compara tus respuestas con las de tus compañeros. Después lean lo siguiente.

La relación del doble que guardan los lados del rectángulo B con los del rectángulo A es una **razón de semejanza**. También lo es la relación 4 a 1 (del cuádruple) que guardan los lados del rectángulo C respecto a los del rectángulo A.

Por otra parte, en los tres rectángulos semejantes A, B y C el largo es tres veces el ancho. Esta razón existente entre dos partes de un mismo rectángulo se conserva en los demás rectángulos semejantes; no tiene un nombre especial.



5. Investiga las medidas reales de una cancha de fútbol o de basquetbol y traza en tu cuaderno una semejante. Elige la razón de semejanza que más te convenga.

- ¿Cuánto mide el largo real de la cancha?
- ¿Y el ancho?
- ¿Qué razón de semejanza elegiste?
- ¿Cuáles son las dimensiones de tu dibujo?

- Compara, con ayuda del profesor, tus respuestas de las actividades 3, 4 y 5 con las de tus compañeros.

Reflexionamos
Un cuadrado A mide 4 cm de lado y un cuadrado A' 8.3 cm de lado. ¿A y A' son semejantes?

Reflexionamos
¿Todos los rombos que tienen un ángulo de 30° son semejantes?

Rompecabezas

CONTENIDO Construye figuras congruentes o semejantes (triángulos, cuadrados y rectángulos) y analiza sus propiedades.

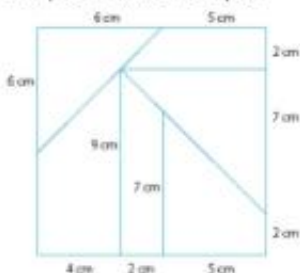


Una pista

Dado que los lados correspondientes de figuras semejantes son proporcionales, debe haber un número que, al multiplicarse por las medidas de una de las figuras, arroje las medidas de la otra. A veces, encontrarlo es difícil. Por ejemplo, para encontrar qué número multiplicado por 5 da 8 se puede...
 • si a 5 le corresponde 8, averiguar cuánto le corresponde a 1;
 • averiguar qué fracción da 5 da 8 o, dicho en otras palabras, qué fracción multiplicada por 5 da 8;
 • dividir 8 entre 5.

1. Reúnete con dos otros compañeros. Dibujen, en un pedazo de cartoncillo, un rompecabezas como el que aparece a continuación, con las medidas que se indican. Recorten las piezas y repártanselas.*

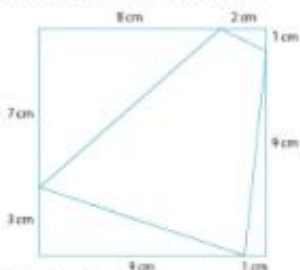
Cada uno amplíe, a una misma escala, las piezas que le corresponden, de manera que al reunirlas se forme un rompecabezas semejante al de la imagen, es decir, con la misma forma que el original pero más grande. Antes de fabricar las piezas, acuerden cómo lo harán. El segmento que en el rompecabezas original mide 4 cm deberá medir 5 cm en la ampliación.



- * Armen el rompecabezas. Si las piezas no embonan, busquen, en grupo, el origen del error.

2. Elaboren una segunda copia del rompecabezas anterior. El lado que mide 5 cm en el original deberá medir ahora 8 cm en la copia. Comprueben que las piezas embonen.

3. Construyan el rompecabezas que se muestra a la derecha, recorten las piezas y repártanselas al azar. Hagan una ampliación a escala: el lado que mide 2 cm debe medir 4 cm en la ampliación.



- * Armen el rompecabezas. Si las piezas no embonan, busquen, en grupo, el origen del error.

4. Analicen la siguiente afirmación.

Los rombos, como los cuadrados, tienen cuatro lados iguales. Por tanto, cualquier rombo es semejante a otro.

- a) Si consideras que la afirmación es falsa, da un ejemplo que la contradiga. Si consideras que es verdadera, explica por qué.
- b) Escribe qué condiciones deben cumplir dos rombos para ser semejantes.

* Tomado de Rousseau, G., "Problemas de didáctica del álgebra" en *Revista de Didáctica de las Matemáticas*, París, La Pensée Savante, núm. 2, vol. 3, 1981, pp. 107-127.



5. Escribe V, de verdadero, o F, de falso, según corresponda. Dibuja en tu cuaderno dos figuras para demostrar que una oración es falsa, o argumenta su veracidad en caso de que sea cierta.

Oración 1. Si dos figuras son congruentes, también son semejantes.

Oración 2. Si dos figuras son semejantes, también son congruentes.

Argumentación de la veracidad de una oración.

6. Anota si cada afirmación es verdadera o falsa; no olvides argumentar tus respuestas. En el caso de las falsas, traza en tu cuaderno un par de figuras que lo demuestren.

a) Todos los rectángulos son semejantes.

b) Todos los rectángulos cuyo ancho mide la cuarta parte del largo son semejantes.

c) Todos los cuadrados son semejantes.

d) Todos los triángulos isósceles son semejantes.

e) Todos los triángulos equiláteros son semejantes.

f) Todos los triángulos rectángulos son semejantes.

- * Compara, con ayuda del profesor, tus respuestas de las actividades 4, 5 y 6 con las de tus compañeros. Resuman, entre todos, las características que deben tener dos figuras para ser semejantes.

Conéctalos

Figura en que algunas palabras, como congruente o semejante, cobran diferente sentido en matemáticas. Organiza con tu grupo una lluvia de ideas para identificar otras palabras cuyo significado en el lenguaje cotidiano difiera del matemático.



Aprende más sobre figuras semejantes en www.edu.mx/COM3A-031

Trabaja con un compañero. Lean la información presentada y discutan las preguntas propuestas. Al finalizar, comparen y validen, en grupo y con ayuda del profesor, sus respuestas.



CONTENIDO
Sugiere los criterios de congruencia y semejanza de triángulos a partir de construcciones con información determinada.

¿Cuál es la información mínima que debe proporcionarse a una persona acerca de un triángulo para que trace otro congruente? ¿Qué información hay que dar si solamente se quiere que sean semejantes? Estudiarás estas cuestiones durante la secuencia.

1. Reúnete con dos o tres compañeros para jugar reproduce el triángulo. Las reglas son iguales que las del juego reproduce la figura, expuesto en la lección 5 de la secuencia anterior; la única diferencia es que ahora su profesor tendrá un triángulo irregular ABC.

• Analicen, con el grupo, las preguntas que formularon durante el juego.

- ¿En qué fallaron las preguntas de quienes no lograron trazar un triángulo congruente? ¿Qué información les faltó?
- De las preguntas que sí funcionaron, algunas solicitaban menos información que otras? Si es así, escriban en su cuaderno dos de las preguntas más breves que sí funcionaron.

2. Repitan la actividad anterior de la siguiente manera.

- Organícense en parejas.
- Cada pareja tendrá una pareja asociada, es decir, ambas parejas formarán parte del mismo equipo. Las parejas asociadas deberán sentarse lo más lejos posible entre sí.
- El profesor entregará a cada pareja un triángulo trazado en una hoja de papel.
- Cada pareja mandará un mensaje escrito, sin dibujos, a su pareja asociada, con la información necesaria para trazar un triángulo congruente con el suyo.
- Los mensajes deben ser lo más breve posible, es decir, no deben incluir información innecesaria o redundante.
- Al recibir el mensaje de su pareja asociada, cada pareja trazará el triángulo correspondiente en una hoja de papel.
- Al terminar, cada equipo superpondrá sus figuras para compararlas. Por cada par de figuras que sean congruentes, el equipo obtendrá un punto. Además, los tres mensajes más breves que hayan funcionado valdrán, cada uno, un punto para el equipo que los escribió.

• Hagan, en grupo y con ayuda del profesor, lo siguiente.

- Analicen todos los mensajes, asignen los puntos correspondientes y determinen a los equipos ganadores.
- Escriban en su cuaderno los tres mensajes más breves que hayan funcionado.
- Propongan y acuerden cuál es la información mínima que hay que dar en un mensaje para trazar un triángulo congruente con otro. Discutan más de una posibilidad.
- Pongan a prueba sus propuestas; analicen, en cada una, si pueden construir dos triángulos que cumplan las condiciones planteadas, pero que no sean congruentes.

3. Forma un equipo de tres o cuatro integrantes. Efectúen lo siguiente en su cuaderno.

Lado AB = 5 cm
Ángulo A = 45°
Ángulo C = 25°

Lado AB = 5 cm
Lado BC = 6 cm
Lado AC = 7 cm

- A la derecha hay seis conjuntos de dos o tres medidas de triángulos. Analicen cada conjunto de datos y prevean, sin hacer trazos, si con los datos se pueden construir triángulos diferentes o si solo se pueden trazar congruentes. Si se pueden dibujar diferentes, indiquenlo junto al conjunto. Hagan lo mismo en todos los casos; consideren los lados y ángulos como se muestra a continuación.

Lado AB = 11 cm
Lado BC = 10 cm
Ángulo A = 60°

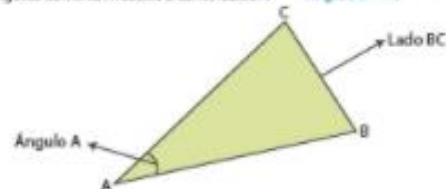
Lado AB = 4 cm
Ángulo A = 35°

Lado AB = 8 cm
Lado AC = 6 cm
Ángulo A = 35°

Ángulo A = 56°
Ángulo B = 75°
Ángulo C = 99°

Ya sabes...

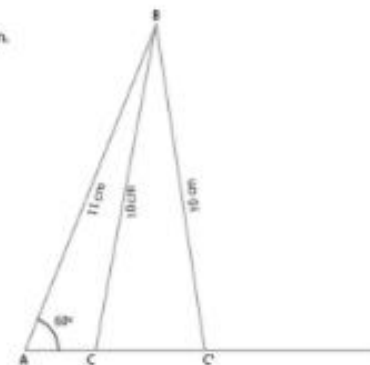
Las medidas de los ángulos interiores de un triángulo suman 180°.



- Elijan un conjunto de datos para que cada integrante construya un triángulo con las medidas indicadas. Procuren que los triángulos sean distintos.
- Comparen sus triángulos y verifiquen si acertaron en su previsión: con el conjunto de datos, ¿se obtienen triángulos diferentes o congruentes? Si no acertaron, expliquen por qué.
- Elijan otro conjunto de datos y repitan el proceso.
- Anoten una $\checkmark$ junto a los conjuntos que contengan información suficiente para trazar triángulos congruentes y un $\times$ a los que les falten datos.

• Hagan, con ayuda del profesor, lo que se indica a continuación.

- Veán si todos los equipos pusieron $\checkmark$ o $\times$ en los mismos grupos. Si hay diferencias, averigüen quién tiene razón.
- En la figura de la derecha se han trazado dos triángulos diferentes (ABC y A'B'C'), con las medidas de uno de los conjuntos de datos anteriores. Identifiquen de qué conjunto se trata y comenten si habían previsto que se podrían trazar triángulos diferentes.
- Anoten la información que faltaría en los conjuntos donde pusieron $\times$ para que los triángulos trazados fueran congruentes.



Condiciones necesarias y suficientes

CONTENIDO
Siguieron los criterios de congruencia y semejanza de triángulos a partir de construcciones con información determinada

1. En la lección anterior propusieron la información mínima que debe darse para trazar un triángulo congruente con otro. Posiblemente advirtieron que hay varias posibilidades para hacerlo.

Estos conjuntos mínimos de datos se llaman criterios de congruencia de triángulos. Un ejemplo de criterio de congruencia es el siguiente.

• Si dos ángulos de un triángulo y el lado común a ambos son iguales, respectivamente, a dos ángulos y al lado común a ambos de otro triángulo, entonces los dos triángulos son congruentes entre sí.

Convinámos

Reflexiona con tus compañeros acerca del nombre de la lección: ¿qué quiere decir que una condición sea necesaria y suficiente? Noten que se requiere usar este lenguaje para precisar ideas en un diálogo matemático.

- a) Observen que el criterio anterior requiere que los triángulos tengan tres elementos iguales: dos ángulos y el lado común a ambos. Por eso se denomina criterio ALA.
- b) En total hay tres criterios de congruencia, con tres datos cada uno. Identifíquenlos y, si no lo han hecho aún, anótenlos en su cuaderno. Propongan una manera de nombrar cada uno.

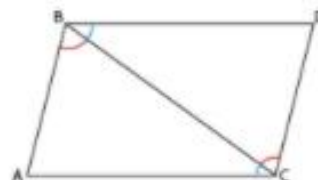
• Comenten, en grupo y con ayuda del profesor, los criterios que ustedes encontraron. Noten que no hay criterios de congruencia que requieran únicamente dos medidas iguales. Después lean los criterios del siguiente recuadro y comenten si corresponden con los que ustedes anotaron.

Para asegurar que dos triángulos son congruentes, es suficiente que se cumpla cualquiera de los siguientes criterios de congruencia.

- Que tengan tres lados iguales (criterio LLL).
- Que tengan dos lados y el ángulo que estos forman iguales (criterio LAL).
- Que tengan dos ángulos y el lado común a ambos iguales (criterio ALA).

2. Trabaja con un compañero. A continuación se describen las características de algunas parejas de triángulos y se pregunta si estos pueden ser diferentes o siempre deben ser congruentes. Si consideran que pueden ser diferentes, tracen un ejemplo en su cuaderno; si piensan que siempre han de ser congruentes, usen algún criterio de congruencia para justificar su afirmación, como se hace en el ejemplo siguiente.

- a) ¿Pueden ser diferentes los dos triángulos que se forman al trazar una diagonal en un paralelogramo?
No, como se muestra en la siguiente figura, los triángulos son congruentes. Dado que ABCD es un paralelogramo, $\overline{AB}$ es paralelo a $\overline{CD}$ y $\overline{AC}$ es paralelo a $\overline{BD}$. Entonces...
 - el ángulo ABC es congruente con el ángulo BCD (marcados en rojo) por ser alternos internos en un sistema de paralelas cortadas por una secante;
 - el ángulo CBD es congruente con el ángulo BCA (marcados en azul) por la misma razón;
 - los dos triángulos comparten el lado BC.



- b) Si dos triángulos isósceles tienen la misma base, ¿necesariamente son congruentes?

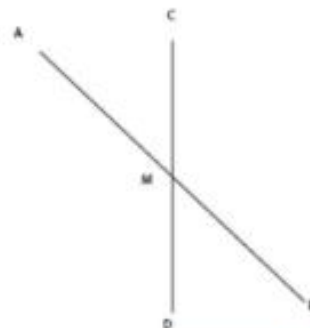
- c) ¿Pueden ser diferentes los dos triángulos que se forman al trazar una diagonal en un cuadrilátero cualquiera?

- d) Si dos segmentos $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$ se cortan en el punto medio M de ambos, como se muestra en la figura de la derecha, ¿los triángulos ACM y MDB pueden ser diferentes?

- e) Si dos triángulos equiláteros tienen un lado igual, ¿son necesariamente congruentes?

- f) Si dos triángulos tienen bases y alturas iguales, ¿pueden ser diferentes?

- g) ¿Pueden ser diferentes dos triángulos con tres ángulos iguales?



3. Trabaja con un compañero que esté sentado lejos de ti. Cada uno necesitará un juego de geometría (regla, transportador y compás), una hoja blanca y media hoja.

- a) Cada uno trace un rombo en la hoja blanca, sin que el otro lo vea.

- b) Anoten en la media hoja un mensaje dirigido a su pareja con la información necesaria para que trace un rombo congruente con el suyo. No pueden agregar dibujos.

- c) Intercambien los mensajes y tracen los rombos.

- d) Comparen sus rombos. Si no coinciden, analicen qué falló.

• Hagan, en grupo y con ayuda del profesor, lo siguiente.

- a) Vean qué mensajes no funcionaron y analicen por qué.

- b) Comenten, respecto a los mensajes que sí funcionaron, en cuáles hay la mínima información necesaria y en cuáles hay información innecesaria o redundante.

- c) Tracen las diagonales de su rombo y adviertan que en su interior se forman cuatro triángulos. Expliquen por qué basta proporcionar los datos de uno solo de los triángulos para trazar un rombo congruente.



Descarga la actividad de triángulos en www.edu.mx/SCMA-025.
Haz la actividad propuesta y responde las preguntas. Al finalizar, compara y valida, en grupo y con ayuda del profesor, las respuestas.



Usa los criterios de congruencia para demostrar que los cuatro triángulos que se forman al interior del rombo son congruentes.

EVALUACIÓN DE LAS ACTIVIDADES DE LA SEMANA 11

ASPECTO	PUNTAJE
Páginas del libro (12)	10 Puntos

Fecha límite de entrega: Viernes 26 de Febrero del 2021 antes de las 15:00 horas.

- ❖ Enviar la actividad utilizando Classroom o por excepción al correo gloria.garcia@aeefcm.gob.mx desde el correo institucional del alumno.
- ❖ Si la actividad se realizó en el cuaderno favor de escanear el documento o tomar una fotografía de calidad y con el nombre del alumno en la parte superior de la hoja. En caso de realizar la actividad en archivo Word, anexar el documento al correo.
- ❖ En el asunto del correo escribir el nombre completo del alumno comenzando por apellido paterno acompañado del grado y grupo.